

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang Akademik 1990/91

Jun 1991

EUM 101 - Matematik Kejuruteraan I

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 8 muka surat bercetak dan LIMA(5) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) Berikan takrif keselanjaran suatu fungsi $y = f(x)$ pada $x = a$.
Dapatkan nilai k supaya fungsi,

$$f(x) = \begin{cases} (x - k)(x + k) & x \leq 2 \\ kx + 5 & x > 2 \end{cases}$$

selanjur pada $a = 2$

(30%)

- (b) Cari nilai had berikut (jika wujud).

(i) $\lim_{x \rightarrow -3} (|x| - 2) ;$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - e^{-x}} ;$

(iii) $\lim_{z \rightarrow 9} \frac{\sqrt{z} - 3}{z - 9} ;$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^5 2x}{4x^5}$ dan

(v) $\lim_{y \rightarrow 0} f(y)$ jika $f(y) = \begin{cases} \cos y & ; y \leq 0 \\ 1 - y & ; y > 0 \end{cases}$.

(30%)

...3/-

(c) Dapatkan terbitan pertama dan kedua bagi fungsi-fungsi berikut:

(i) $y = 7x^5 - 6x^3$;

(ii) $f(x) = (a^2 - b^2 x^2)^3$;

(iii) $g(y) = \cos y e^{-2y}$

(iv) $h(x) = \ln x \cdot \sqrt{x^2 + 1}$.

(40%)

2. (a) Selesaikan setiap kamiran tak tentu berikut:

(i) $\int 3x \sqrt{3x^2 + 7} \, dx$;

(ii) $\int \frac{1 + e^{2x}}{e^x} \, dx$;

(iii) $\int \frac{\sin(\ln 3 z^2)}{z} \, dz$;

(iv) $\int \ln 2z \sqrt{z} \, dz$.

(40%)

...4/-

(b) Dapatkan setiap kamiran tentu berikut:

$$(i) \int_0^3 (x + 1)^3 dx ;$$

$$(ii) \int_1^2 \ln y dy ;$$

$$(iii) \int_1^3 \frac{e^{3/x}}{x^2} dx ;$$

$$(iv) \int_0^{\pi/4} e^{\sin t} \cos t dt .$$

(40%)

(c) Nilaikan kamiran gandadua berikut:

$$(i) \int_{-1}^2 \int_1^4 (6x^2 y - 2x) dx dy ;$$

$$(ii) \int_1^e \int_0^1 \ln x dy dx .$$

(20%)

...5/-

3. (a) Jika $h = h(x, y)$ dan $x = 2s - t$, $y = s + 2t$, selesaikan s dan t dalam sebutan x dan y . Seterusnya dapatkan,

(i) $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$;

(ii) $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$;

(iii) $\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}$

dalam sebutan terbitan-terbitan terhadap s dan t . tunjukkan bahawa,

$$5 \left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] = \frac{\partial^2 h}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$

(60%)

- (b) Terangkan kaedah Newton-Raphson bagi mendapatkan penghampiran punca bagi suatu persamaan. Dengan menggunakan tiga lelaran berturut-turut dalam kaedah Newton-Raphson, dapatkan punca positif yang terkecil bagi fungsi,

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$$

jika diberi nilai awal $x_0 = 0$.

(40%)

...6/-

4. (a) Tentukan titik-titik genting dan nilai ekstrem tempatan serta titik lengkung balasnya (jika wujud) bagi fungsi,

$$g(x) = x^3 - 3x + 2 .$$

Seterusnya bincangkan kecekungan fungsi tersebut dan lakarkan grafnya di atas kertas graf.

(40%)

- (b) Pengurus Syarikat Edaran Otomobil Nasional (EON) telah mendapati bahawa keuntungan yang diperolehi pada tahun 1990 diberi oleh fungsi.

$$u(x) = 50 + 225x - 3x^3, \quad 0 < x < 10.$$

Tentukan keuntungan maksimum yang diperolehi oleh EON pada tahun 1990?

(30%)

- (c) Tentukan jeda penumpuan bagi siri kuasa berikut:

$$(i) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x^2 + 1)^k}{5} ;$$

$$(ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k)!}{k!} x^k ;$$

$$(iii) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^2 k^2 x^k .$$

(30%)

...7/-

5. (a) (i) Tunjukkan bahawa jika m dan n adalah integer positif maka,

$$\int \sin(mx) \sin(nx) dx = \begin{cases} \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c, & \text{jika } m \neq n. \\ \frac{x}{2} - \frac{\sin(2mx)}{4m} + c, & \text{jika } m = n \end{cases}$$

Dengan menggunakan keputusan di atas, tunjukkan bahawa;

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx) \sin(nx) dx = \begin{cases} 0 & \text{jika } m \neq n \\ \pi & \text{jika } m = n. \end{cases}$$

- (ii) Dapatkan $\int xe^{-ax} dx$ dan seterusnya nilaikan hasil kamiran
- $$\int_0^{0.5} xe^{-0.5x} \ln(1 + 0.5x) dx.$$

(50%)

- (b) Suatu fungsi, $f(x)$ yang berkala 2π dan selangar atau selangar cebis demi cebis dalam kalaan tersebut, dapat dinyatakan sebagai suatu siri Fourier,

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

...8/-

a_0 , a_n dan b_n ialah pekali-pekali Fourier yang ditentukan oleh rumus berikut:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx ;$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx ; \text{ dan}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx .$$

Dengan menggunakan takrif di atas, dapatkan suatu siri Fourier bagi fungsi,

$$g(x) = \frac{x^2}{4} , \quad -\pi < x < \pi$$

(30%)

- (c) Tentukan isipadu, V yang terkandung di antara permukaan $z = 3(x^2 + y^2) + 4$ dan segiempat tepat $R = \{(x,y) : 0 < x < 2, 0 < y < 1\}$.

(20%)

- 0000000 -